

## Нова метода за одређивање резонантних учестаности код таласоводних структура са ENZ ( $\epsilon$ -near-zero) каналом и израженим ефектом тунеловања

**Руководилац пројекта:** др Бранка Јокановић

**Одговорно лице:** др Бранка Јокановић

**Аутори:** Небојша Војновић, Миранда Митровић, др Бранка Јокановић, Институт за физику, Београд

**Развијено:** у оквиру пројекта технолошког развоја TP-32024 Реконфигурабилне, мултибанд и скениране антене на бази метаматеријала за бежичне комуникационе системе и сензоре

**Година:** 2012.

**Примена:** 2013.

### Кратак опис

Предложена је нова метода за одређивање резонантних учестаности код таласоводних структура са ENZ ( $\epsilon$ -near-zero) каналом. Размотрене су могућности без сужења канала, односно када је канал формиран само променом висине уводног таласовода, као и случај када је канал додатно сужен по својој ширини. Упоредени су резултати добијени уз помоћ нумеричког модела који подразумева имплементацију еквивалентног кола и резултати добијени уз помоћ предложене методе и добијено је одлично слагање.

#### Техничке карактеристике:

Метода се показала као веома прецизна са могућношћу предвиђања резонантних учестаности са тачношћу од  $10^{-3}$ . Приликом анализирања структуре без суженог канала, посматран је фреквенцијски опсег од 9 до 18GHz. У уводном таласоводу су коришћени диелектрици релативних пермитивности 3 (тањи диелектрик - носач, дебљине 0,254mm) и 5,95 дебљине 3,81mm. Случај са суженим каналом анализиран је у опсегу од 6 до 10,5GHz, док су коришћени диелектрици релативних пермитивности 2,1 (носач дебљине 0,508mm) и 1,22 дебљине 10,492mm.

#### Техничке могућности:

Предложена метода предстаља изузетно ефикасан алат који своју примену проналази приликом анализирања таласоводних структура код којих долази до ефекта тунеловања, посебно када се има у виду захтевност *full-wave* 3D симулација по питању времена и рачунарских ресурса. Метода успешно предвиђа резонантне учестаности без обзира на то да ли је у питању резонанс нултог реда када долази до тунеловања енергије кроз узани канал (*zero order resonance* - ZOR) или *Fabry-Perrot* (FP) резонанса. При томе, у уводном таласоводу не мора нужно бити један диелектрик, већ је могуће разматрати уводни таласовод са два диелектрика постављена нормално на линије електричног поља, при чему прецизност методе остаје непромењена. Такође, тачност методе не мења се приликом продужавања канала што, као што ће у даљем тексту бити детаљније показано, има за последицу појаву додатних резонанси типа FP.

**Реализатори:** Институт за физику, Београд

**Корисници:** Институт за физику, Београд

## Стање у свету

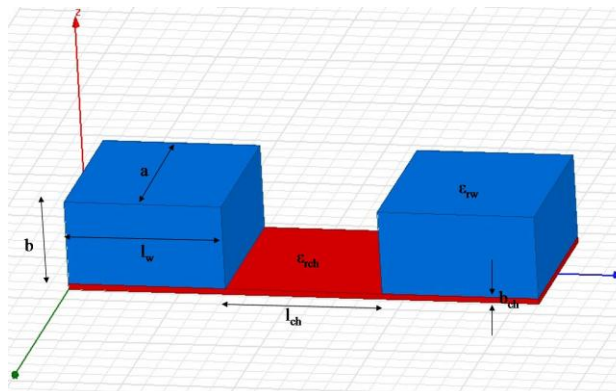
Поред растућих могућности данашњих рачунара, а самим тим и њихове способности да решавају све веће и комплексније проблеме у домену електромагнетике, значај представљања проблема еквивалентним колима не губи на својој важности. Сврха коришћења овакве методе лежи у значајној уштеди меморијских ресурса, у поређењу са коришћењем *full-wave* 3D електромагнетских солвера, уз задовољавајућу прецизност. Тачност добијених резултата у великој мери зависи од верности са којом коришћени алгоритми представљају стварну физику проблема.

Таласоводне структуре, иако компликоване за интеграцију и скупе за производњу, и даље представљају један од најробуснијих и најбољих система за пренос, имајући у виду пренос великих снага, као и мале губитке. Утврђено је [1] да правоугаони таласоводи који су јако сужени по висини (у Е-равни) тако да се претварају у веома узак канал, могу под одређеним условима да испоље ефекат тунеловања енергије. Управо тај ефекат ставља ове преносне системе у потпуно нов контекст, омогућавајући им низ досад неразматраних примена.

Као резултат еквивалентирања реалних електромагнетских (ЕМ) структура релативно једноставним електричним колима добијају се фреквенцијске зависности излазних података као што су у-, z- или s-параметри. Посматрајући ове податке, од кључне важности су резонантне учестаности. Уколико ове фреквенцијске зависности нису неопходне у пуном облику, могуће је синтетизовати методу за прорачун само резонантних учестаности. На овај начин би ионако поједностављен приступ решавању поменутих ЕМ структура коришћењем еквивалентних кола, био додатно упрошћен и убрзан, и са додатно смањеним потребама за рачунарским ресурсима.

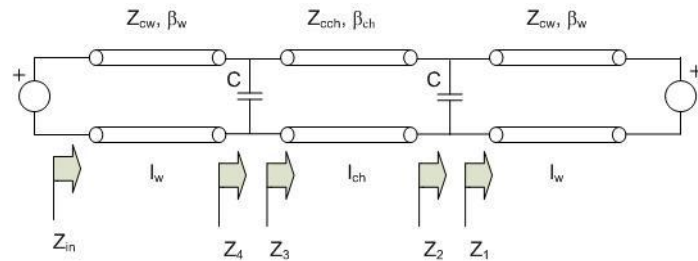
## Опис методе екстракције за одређивање резонантних учестаности код таласоводних структура са ENZ ( $\epsilon$ -near-zero) каналом и израженим ефектом тунеловања

На Слици 1 дат је изглед 3D модела таласоводне структуре са ENZ каналом који је формиран смањивањем висине уводног таласовода. На слици су такође приказане и све релевантне димензије структуре.



Слика 1 - 3D модел таласоводне структуре са дисконтинуитетом у Е-равни

Са  $a$  је обележена ширина уводног таласовода (а самим тим и ширина канала), са  $b$  је обележена висина уводног таласовода (без носача), са  $b_{ch}$  је обележена висина носача тј. висина канала, са  $l_w$  и  $l_{ch}$  су обележене дужине уводног таласовода и канала, респективно, а са  $\epsilon_{rw}$  и  $\epsilon_{rch}$  су означене релативне пермитивности диелектрика у уводном таласоводу и каналу, респективно. Са Сlike 1 је из разлога прегледности уклоњена метализација која окружује читаву структуру сем са крајње леве и десне стране где су постављени побудни таласоводни портови. Структуру са Сlike 1 потребно је представити уз помоћ еквивалентног електричног кола, као што је приказано на Сlici 2.



Слика 2 - Еквивалентно коло структуре са Сlike 1

Као што се са Сlike 2 види, делови таласовода из полазне 3D структуре представљени су еквивалентним секцијама водова одговарајућих дужина ( $l_w$  - дужина уводног таласовода,  $l_{ch}$  - дужина канала), фазних коефицијената ( $\beta_w$  и  $\beta_{ch}$ ) и карактеристичних импеданси ( $Z_{cw}$  и  $Z_{ch}$ ). Треба напоменути да су карактеристичне импедансе еквивалентних водова рачунате користећи таласне импедансе одговарајућих секција таласовода, изразима облика

$$Z_{c(w,ch)} = \frac{2b}{a} Z_{w(w,ch)}, \quad (1)$$

$$Z_{w(w,ch)} = \frac{\omega \gamma_{(w,ch)}}{\beta_{(w,ch)}}, \quad (2)$$

при чему је са  $Z_{w(w,ch)}$  обележена таласна импеданса одговарајуће секције таласовода. Таласна импеданса је дефинисана као однос електричног и магнетског поља у некој тачки таласовода, док је карактеристична импеданса дефинисана као однос напона и струје у некој тачки вода. Однос  $b/a$  у изразу (1) је стављен као фактор који омогућује трансформацију таласне у карактеристичну импедансу. Фактор 2 је у истом изразу стављен да би се компензовала синусна расподела поља по ширини таласовода. Са Сlike 2 се такође може приметити да су смањења висине уводног таласовода представљене еквивалентним капацитивностима, што је урађено да би се на одговарајући начин узела у обзир оптерећења која се нагомилавају на вертикалном металном зиду који настаје променом висине таласовода, као и реактивна поља која се јављају у тој регији. На крајевима еквивалентне шеме са Сlike 2 налазе се портови који еквивалентирају таласоводне портове унутрашњих импеданси једнакој  $Z_{cw}$ .

Према ознакама са Сlike 2 важи да је

$$Z_1 = Z_{cw}, \quad (3)$$

$$Z_2 = Z_1 \square \frac{1}{j\omega C}, \quad (4)$$

$$Z_3 = Z_{cch} \frac{Z_2 + jZ_{cch} \tan(\beta_{ch} l_{ch})}{Z_{cch} + jZ_2 \tan(\beta_{ch} l_{ch})}, \quad (5)$$

$$Z_4 = Z_3 \square \frac{1}{j\omega C}, \quad (6)$$

$$Z_{in} = Z_{cw} \frac{Z_4 + jZ_{cw} \tan(\beta_w l_w)}{Z_{cw} + jZ_4 \tan(\beta_w l_w)}. \quad (7)$$

Услов који је потребно да буде испуњен да би дошло до резонансе гласи

$$Z_{in} = Z_{cw} + j0. \quad (8)$$

Решавањем једначина (2)-(7) добијају се два трансцедентна услова која гласе

$$\begin{aligned} & \tan(b_{ch} l_{ch})^2 \left[ Z_{cch}^4 Z_{cond}^3 + Z_{cw}^2 Z_{cch}^4 Z_{cond} - Z_{cw}^2 Z_{cch}^2 Z_{cond}^3 \right] + \\ & + \tan(b_{ch} l_{ch}) \left[ Z_{cch}^3 Z_{cond}^4 + 3Z_{cw}^2 Z_{cch}^3 Z_{cond}^2 - Z_{cw}^2 Z_{cch} Z_{cond}^4 \right] + \\ & + 2Z_{cw}^2 Z_{cch}^2 Z_{cond}^3 = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \tan(\beta_{ch} l_{ch})^2 \left[ Z_{cw} Z_{cch}^2 Z_{cond}^4 - Z_{cw}^3 Z_{cond}^4 - Z_{cw} Z_{cch}^4 Z_{cond}^2 + 2Z_{cw}^3 Z_{cch}^2 Z_{cond}^2 - Z_{cw}^3 Z_{cch}^4 \right] + \\ & + \tan(\beta_{ch} l_{ch}) \left[ 4Z_{cw}^3 Z_{cch} Z_{cond}^3 - 2Z_{cw} Z_{cch}^3 Z_{cond}^3 - 4Z_{cw}^3 Z_{cch}^3 Z_{cond} \right] - \\ & - 4Z_{cw}^3 Z_{cch}^2 Z_{cond}^2 = 0, \end{aligned} \quad (10)$$

при чему важи

$$Z_{cond} = -\frac{1}{\omega C}. \quad (11)$$

Услов (9) представља дискретан скуп тачака на фреквенцијској оси на којима је имагинарни део импедансе  $Z_{in}$  једнак нули. Слично, услов (10) представља дискретан скуп тачака на фреквенцијској оси на којима је реални део импедансе  $Z_{in}$  једнак  $Z_{cw}$ . Пресек ова два скупа даје скуп резонантних учестаности разматране структуре.

У Табели 1 је дато поређење резонантних фреквенција добијених анализом еквивалентног модела са Сlike 2 и услова резонансе датих са (9) и (10), за пет различитих дужина канала. Почетни подаци су:  $a=7,62\text{mm}$ ,  $b=4,064\text{mm}$ ,  $b_{ch}=0,254\text{mm}$ ,  $l_{ch}=7\text{mm}$ ,  $l_w=7\text{mm}$ ,  $\varepsilon_{rw}=5,95$  и  $\varepsilon_{rch}=3$ .

	$l_{ch}=7\text{mm}$	$l_{ch}=9\text{mm}$	$l_{ch}=11\text{mm}$	$l_{ch}=13\text{mm}$	$l_{ch}=15\text{mm}$
$f_{r1}$ [GHz] - экв. модел	11,06	11,12	11,16	11,19	11,22
$f_{r1}$ [GHz] - рез. услов	11,06	11,12	11,16	11,19	11,22
$f_{r2}$ [GHz] - экв. модел	14,90	13,76	13,04	12,58	12,77
$f_{r2}$ [GHz] - рез. услов	14,90	13,76	13,04	12,58	12,27
$f_{r3}$ [GHz] - экв. модел	-	-	17,01	16,12	15,26
$f_{r3}$ [GHz] - рез. услов	-	-	17,01	16,12	15,26

Табела 1 - Поређење резонантних фреквенција добијених еквивалентним моделом и уз помоћ услова (9) и (10) за 5 различитих дужина канала

У Табели 2 је дато поређење резонантних фреквенција добијених анализом еквивалентног модела са Сlike 2 и услова резонансе датих са (9) и (10), за пет различитих релативних пермитивности диелектрика у уводном таласоводу.

	$\epsilon_{rw}=1$	$\epsilon_{rw}=2$	$\epsilon_{rw}=3$	$\epsilon_{rw}=4$	$\epsilon_{rw}=5$
$f_{r1}$ [GHz] - экв. модел	16,92	13,15	11,06	9,71	12,36
$f_{r1}$ [GHz] - рез. услов	16,92	13,15	11,06	9,71	12,36
$f_{r2}$ [GHz] - экв. модел	-	16,57	14,90	13,49	17,07
$f_{r2}$ [GHz] - рез. услов	-	16,57	14,90	13,49	17,07
$f_{r3}$ [GHz] - экв. модел	-	-	-	-	-
$f_{r3}$ [GHz] - рез. услов	-	-	-	-	-

Табела 2 - Поређење резонантних фреквенција добијених еквивалентним моделом и уз помоћ услова (9) и (10) за 5 различитих релативних пермитивности диелектрика у уводном таласоводу

У Табели 3 је дато поређење резонантних фреквенција добијених анализом еквивалентног модела са Сlike 2 и услова резонансе датих са (9) и (10), за пет различитих висина канала тј. носача у уводном таласоводу.

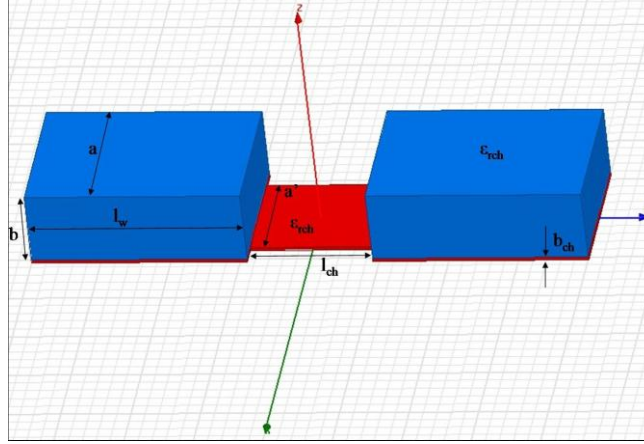
	$b_{ch}=0,1\text{mm}$	$b_{ch}=0,2\text{mm}$	$b_{ch}=0,254\text{mm}$	$b_{ch}=0,3\text{mm}$	$b_{ch}=0,4\text{mm}$
$f_{r1}$ [GHz] - экв. модел	11,13	11,07	11,06	11,05	11,08
$f_{r1}$ [GHz] - рез. услов	11,13	11,07	11,06	11,05	11,08
$f_{r2}$ [GHz] - экв. модел	15,46	15,02	14,90	14,82	14,74
$f_{r2}$ [GHz] - рез. услов	15,46	15,02	14,90	14,82	14,74
$f_{r3}$ [GHz] - экв. модел	-	-	-	-	-
$f_{r3}$ [GHz] - рез. услов	-	-	-	-	-

Табела 3 - Поређење резонантних фреквенција добијених еквивалентним моделом и уз помоћ услова (9) и (10) за 5 различитих висина канала

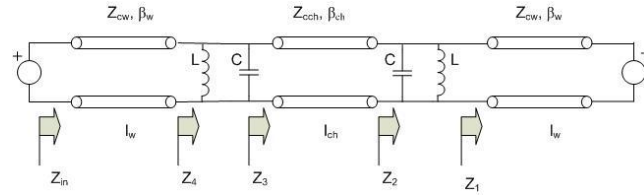
Као што се може видети из Табела 2, 3 и 4 слагање резултата добијених анализом еквивалентног модела и резултата добијених уз помоћ резонантних услова дефинисаних са (9) и (10) је одлично. На основу овако доброг слагања резултата може се закључити да релације (9) и (10) у одличној мери описују услове резонансе код таласоводних структура са ENZ каналом и израженим ефектом тунеловања енергије.

На Слици 3 дат је изглед 3D модела таласоводне структуре са ENZ каналом који је формиран смањивањем висине уводног таласовода (дисконтинуитет у Е-равни), као и додатним сужавањем у Н-равни. На слици су такође приказане и све релевантне димензије структуре. Ознаке на Слици 3 су исте као на Слици 1 с тим што је са  $a'$  обележена ширина канала. Као и на Слици 1, и са Сlike 4 је уклоњена метализација која окружује структуру осим са крајње леве и десне стране где су побудни таласоводни портови.

Аналогно Слици 2, на Слици 4 је приказана електрична шема којом је могуће еквивалентирати таласоводну структуру са Сlike 3. Са Сlike 4 се види да је сужење канала у Н-равни моделовано паралелном индуктивношћу.



Слика 3 - 3D модел таласоводне структуре са дисконтинуитетима у Е- и Н-равни



Слика 4 - Еквивалентно коло структуре са Сlike 3

Према ознакама са Сlike 4 важи да је

$$Z_1 = Z_{cw}, \quad (12)$$

$$Z_2 = Z_1 \square \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}, \quad (13)$$

$$Z_3 = Z_{cch} \frac{Z_2 + jZ_{cch} \tan(\beta_{ch} l_{ch})}{Z_{cch} + jZ_2 \tan(\beta_{ch} l_{ch})}, \quad (14)$$

$$Z_4 = Z_3 \square \frac{j\omega L}{1 - \omega^2 LC}, \quad (15)$$

$$Z_{in} = Z_{cw} \frac{Z_4 + jZ_{cw} \tan(\beta_w l_w)}{Z_{cw} + jZ_4 \tan(\beta_w l_w)}. \quad (16)$$

И у овом случају потребно је испунити услов (8) да би дошло до појаве резонансе. Из поменутог услова, решавањем једначина (12)-(17) добијају се два трансцедентна услова аналогна условима (9) и (10) облика

$$\begin{aligned} & \tan(b_{ch}l_{ch})^2 \left[ Z_{cch}^4 Z_{lc}^3 + Z_{cw}^2 Z_{cch}^4 Z_{lc} - Z_{cw}^2 Z_{cch}^2 Z_{lc}^3 \right] + \\ & + \tan(b_{ch}l_{ch}) \left[ Z_{cch}^3 Z_{lc}^4 + 3Z_{cw}^2 Z_{cch}^3 Z_{lc}^2 - Z_{cw}^2 Z_{cch} Z_{lc}^4 \right] + \\ & + 2Z_{cw}^2 Z_{cch}^2 Z_{lc}^3 = 0, \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} & \tan(\beta_{ch}l_{ch})^2 \left[ Z_{cw} Z_{cch}^2 Z_{lc}^4 - Z_{cw}^3 Z_{lc}^4 - Z_{cw} Z_{cch}^4 Z_{lc}^2 + 2Z_{cw}^3 Z_{cch}^2 Z_{lc}^2 - Z_{cw}^3 Z_{cch}^4 \right] + \\ & + \tan(\beta_{ch}l_{ch}) \left[ 4Z_{cw}^3 Z_{cch} Z_{lc}^3 - 2Z_{cw} Z_{cch}^3 Z_{lc}^3 - 4Z_{cw}^3 Z_{cch}^3 Z_{lc} \right] - \\ & - 4Z_{cw}^3 Z_{cch}^2 Z_{lc}^2 = 0, \end{aligned} \quad (18)$$

при чему важи

$$Z_{lc} = \frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC}. \quad (19)$$

Услов (17) представља дискретан скуп тачака на фреквенцијској оси на којима је имагинарни део импедансе  $Z_{in}$  једнак нули. Слично, услов (18) представља дискретан скуп тачака на фреквенцијској оси на којима је реални део импедансе  $Z_{in}$  једнак  $Z_{cw}$ . Пресек ова два скупа даје скуп резонантних учестаности разматране структуре.

У Табели 4 је дато поређење резонантних фреквенција добијених анализом еквивалентног модела са Сlike 4 и услова резонансе датих са (17) и (18), за пет различитих ширина канала. Почетни подаци су:  $a=22\text{mm}$ ,  $b=11\text{mm}$ ,  $b_{ch}=0,508\text{mm}$ ,  $l_{ch}=18\text{mm}$ ,  $l_w=31\text{mm}$ ,  $\varepsilon_{rw}=1,22$  и  $\varepsilon_{rch}=2,1$ .

	$a'=16\text{mm}$	$a'=15\text{mm}$	$a'=14\text{mm}$	$a'=13\text{mm}$	$a'=12\text{mm}$
$f_{r1}$ [GHz] - екв. модел	6,50	6,93	7,42	7,98	8,63
$f_{r1}$ [GHz] - рез. услов	6,50	6,93	7,42	7,98	8,63
$f_{r2}$ [GHz] - екв. модел	8,48	8,79	9,15	9,57	10,07
$f_{r2}$ [GHz] - рез. услов	8,48	8,79	9,15	9,57	10,07
$f_{r3}$ [GHz] - екв. модел	-	-	-	-	-
$f_{r3}$ [GHz] - рез. услов	-	-	-	-	-

Табела 4 - Поређење резонантних фреквенција добијених еквивалентним моделом и уз помоћ услова (17) и (18) за 5 различитих ширина канала

Из Табеле 4 се може видети да је слагање резултата и након сужавања канала у Н-равни одлично, што доказује валидност услова резонансе дефинисаних са (17) и (18).

#### Техничке карактеристике

- Предложена метода је изузетно једноставна за имплементацију
- Тачност ове методе је проверена мењајући неколико различитих параметара и у свим случајевима поклапање резултата је одлично
- Метода даје одличне резултате у случају без и са сужењем канала у Н-равни
- Метода је од изузетне користи приликом анализирања таласоводних структура са ENZ каналом код којих долази до ефекта тунеловања енергије кроз канал

- Метода омогућава брз увид у резонантне фреквенције структуре без обзира да ли се ради о резонансама нултог реда (ZOR) или резонансама FP типа, што до сада у литератури није био случај
- Тачност методе остаје непромењена уколико се уместо једног диелектрика у уводном таласоводу поставе два диелектрика нормално на линије електричног поља

## Примена

Метода за одређивање резонантних учестаности код таласоводних структура са ENZ ( $\epsilon$ -near-zero) каналом и израженим ефектом тунеловања може да се користи за брзу, квалитативну анализу поменутих структура када фреквенцијски облици излазних параметара (нпр. s-параметара) нису неопходни. Предложеном методом могуће је на веома лак и брз начин извршити оптимизацију неког од параметара структуре без потребе за дуготрајним и рачунарски веома захтевним *full-wave* 3D симулацијама.

## Литература

- [1] A. Alu, M.G. Silveirinha, N. Engheta, "Transmission-line analysis of  $\epsilon$ -near-zero-filled narrow channels", *Physical Review E* 72, 016604 (2008.)